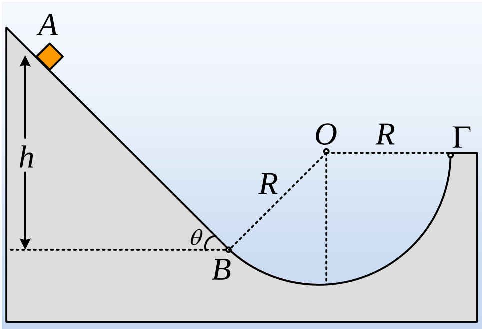
Μετά την κατηφόρα μπαίνει σε κυκλική τροχιά.



Ένα μικρό σώμα μάζας 0,2kg αφήνεται στη θέση Α, να ολισθήσει κατά μήκος ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου κλίσεως θ, όπου ημθ=0,6 και συνθ=0,8. Φτάνοντας στο σημείο Β, σε κατακόρυφη απόσταση h=1,25m, συναντά μια λεία κυκλική τροχιά, κέντρου Ο και ακτίνας R=0,5m στην οποία συνεχίζει την κίνησή του. Η ακτίνα ΟΒ είναι κάθετη στο κεκλιμένο επίπεδο.

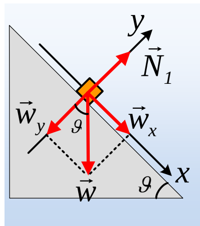
i) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος στη διάρκεια της κίνησής στο κεκλιμένο επίπεδο, καθώς και η δύναμη που δέχεται από το επίπεδο.

ii) Με ποια ταχύτητα φτάνει το σώμα στο σημείο Β;

iii) Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης που δέχεται το σώμα στη θέση Β, αμέσως μόλις μπει στην κυκλική τροχιά.

iv) Πόση δύναμη δέχεται το σώμα από την τροχιά, μόλις φτάσει στο σημείο Γ, όπου η ακτίνα ΟΓ είναι οριζόντια, και σε ποιο ύψος πάνω από το σημείο Γ θα φτάσει το σώμα;

Απάντηση:



i) Στο διπλανό σχήμα έχουμε σχεδιάσει τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στη διάρκεια της κίνησής του στο κεκλιμένο επίπεδο. Παίρνουμε έναν άξονα x παράλληλο με το επίπεδο κι έναν y κάθετο σε αυτό και στη συνέχεια αναλύουμε το βάρος σε δυο συνιστώσες πάνω στους άξονες. Η γωνία μεταξύ του βάρους και της συνιστώσας w_y είναι ίση με την κλίση του επιπέδου, οξείες γωνίες με πλευρές κάθετες. Το σώμα ισορροπεί κατά τον άξονα y, οπότε:

$$\Sigma F_y=0 \rightarrow N_1=w_y=mg\cdot συνθ=0{,}2\cdot 10\cdot 0{,}8N=1{,}6N$$

Ενώ $\Sigma F_x=m\cdot α \rightarrow$

$$α=\frac{mg\cdot ημϑ}{m}=g\cdot ημϑ=10\cdot 0{,}6m/s^2=6m/s^2.$$

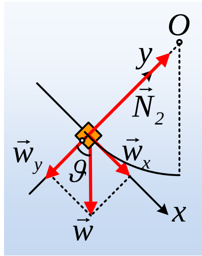
ii) Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας μεταξύ των σημείων Α και Β, θεωρώντας μηδενική τη δυναμική ενέργεια στο οριζόντιο επίπεδο που περνά από το Β και παίρνουμε:

$$K_A+U_A=K_B+U_B \rightarrow$$

$$0+mgh=\frac{1}{2}mυ_B^2+0 \rightarrow$$

$$υ_B=\sqrt{2gh}=\sqrt{2\cdot 10\cdot 1{,}25}m/s=5m/s$$

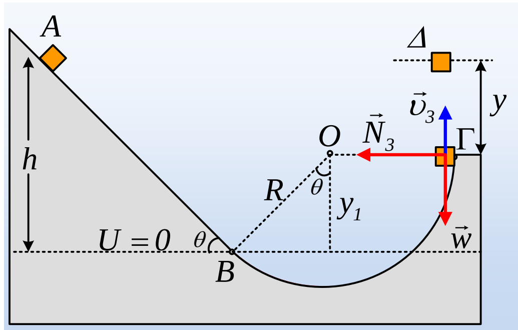
iii) Τη στιγμή που το σώμα εισέρχεται στη κυκλική τροχιά, η συνισταμένη των δυνάμεων στη διεύθυνση της ακτίνας, είναι κεντρομόλος:



$$\Sigma F_y = m\frac{\upsilon_B^2}{R} \rightarrow N_2 - w_y = m\frac{\upsilon_B^2}{R} \rightarrow$$

$$N_2 = m\frac{\upsilon_B^2}{R} + mg\cdot\sigma\upsilon\nu\vartheta = 0{,}2\frac{5^2}{0{,}5}N + 0{,}2\cdot10\cdot0{,}8N = 10N + 1{,}6N = 11{,}6N$$

iv)Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας μεταξύ των θέσεων Α και Γ, λαμβάνοντας υπόψη ότι η γωνία που σχηματίσει η ΟΒ με την κατακόρυφο είναι επίσης θ, αφού έχει κάθετες πλευρές με την γωνία του κεκλιμένου επιπέδου, οπότε y_1=R·συνθ=0,4m:



$$K_A + U_A = K_\Gamma + U_\Gamma \rightarrow$$

$$0 + mgh = \frac{1}{2}m\upsilon_\Gamma^2 + mgy_1 \rightarrow$$

$$m\upsilon_\Gamma^2 = 2mg(h - y_1)$$

Αλλά τότε $\Sigma F_R = m\frac{\upsilon_\Gamma^2}{R} \rightarrow N_3 = m\frac{\upsilon_\Gamma^2}{R}$ ή

$$N_3 = \frac{2mg(h-y_1)}{R} = \frac{2\cdot0{,}2\cdot10(1{,}25-0{,}4)}{0{,}5}N = 6{,}8N$$

Εφαρμόζοντας τέλος ξανά τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας μεταξύ της θέσης Γ και της θέσης Δ, όπου θα μηδενιστεί η ταχύτητα του σώματος κατά την άνοδό του, έχουμε:

$$K_\Gamma + U_\Gamma = K_\Delta + U_\Delta \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_\Gamma^2 + mgy_1 = 0 + mg(y + y_1) \rightarrow$$

$$y = \frac{m\upsilon_\Gamma^2}{2mg} = \frac{2mg(h-y_1)}{2mg} \text{ ή}$$

$$y = h - y_1 = 1{,}25m - 0{,}4m = 0{,}85m$$

Προφανώς θα μπορούσαμε να εφαρμόσουμε την ΑΔΜΕ μεταξύ των θέσεων Α και Δ και να πάρουμε:

$$K_A + U_A = K_\Delta + U_\Delta \rightarrow$$

$$mgh = mg(y_1 + y) \rightarrow$$

$$y = h - y_1 = 1{,}25m - 0{,}4m = 0{,}85m$$

Καταλήγοντας απευθείας στο ίδιο προφανώς αποτέλεσμα.

Υλικό Φυσικής-Χημείας
Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης